GEOMET

PARA NIÑOS



264



NOCIONES ELEMENTALES

DE

GEOMETRÍA

PARA NIÑOS

POR

S. C. FERNÁNDEZ

MADRID
SATURNINO CALLEJA
Campomanes, 8, librería.

MÉXICO
GUILLERMO HERRERO Y C.ª
San José el Real, 3, lib.

1892

Rubiños, impresor, plaza de la Paja, 7 bis, Madrid.

PRINCIPIOS GENERALES

I

—¿Qué es Geometría?

—La ciencia que trata de la *extensión* y la *forma* de los cuerpos.

—¿Qué se entiende por *cuerpo* en Geometría?

—Todo lo que ocupa un lugar en el espacio.

—¿Qué es extensión de un cuerpo?

—El conjunto de sus dimensiones. Todo cuerpo tiene algo de *largo*, algo de *ancho* y algo de *grueso*, ó sea cierta *longitud*, *latitud* y *profundidad*. No hay cuerpo alguno, por pequeño que sea, que no tenga estas tres dimensiones.

—¿A qué se llama *forma* de un cuerpo?

—A la impresión que en nuestra vista produce la parte del espacio ocupado por el cuerpo mismo.

—¿Cuál es el límite de los cuerpos?

—La *superficie*, ó sea el conjunto de caras que los determinan.

—¿Cuántas dimensiones tiene la superficie?

—Sólo dos: *longitud* y *latitud*.

—¿Cómo nos podemos formar idea de lo que es una superficie?

—Fijándonos en la sombra que proyecta un objeto cualquiera. La sombra es larga y ancha; pero no tiene espesor ó profundidad, y esto mismo sucede con la superficie.

—¿Cuál es el límite de la superficie?

—La línea, que no tiene más que una dimensión, la longitud; careciendo, por consiguiente, de anchura y profundidad.

—¿Cuál es el límite de la línea?

—El *punto*, que es en Geometría lo que el *cero* en Aritmética. El punto no tiene extensión.

—¿Pueden representarse con exactitud la superficie, la línea y el punto?

—No, porque son inseparables de los cuerpos; pero se ha convenido en representar la superficie por una porción de la pizarra ó el papel, limitada por rayas que representan líneas, la línea, por una raya, y el punto por dos rayitas cruzadas ó por el punto usual en la escritura.

—¿Cómo se llama la extensión total de un cuerpo?

—Volumen.

—¿Y la de una superficie?

—Área.

—¿Y la de una línea?

—Longitud.

—¿En cuántas partes puede dividirse la Geometría?

—En tres: la primera se refiere á las líneas, la segunda trata de las superficies, y la tercera, de los volúmenes ó cuerpos.

PRIMERA PARTE

CAPÍTULO PRIMERO

DE LAS LÍNEAS

—¿Cómo se distinguen ó dividen las líneas?

—Atendiendo á su *dirección*, su *posición* y sus *relaciones con otras líneas.*

—Por su dirección, ¿cómo se dividen?

—En *rectas* y *curvas.*

—¿Qué es línea recta?

—La que tiene todos sus puntos en una misma dirección, como los representados en la figura 1.ª

—¿Cuáles son las principales propiedades de la línea recta?

—Dos: que de un punto á otro no puede trazarse más que una; y que es el camino más corto entre dos puntos.

—¿Qué es línea *curva?*

—La que tiene todos sus puntos en diferente dirección (fig. 2.ª).

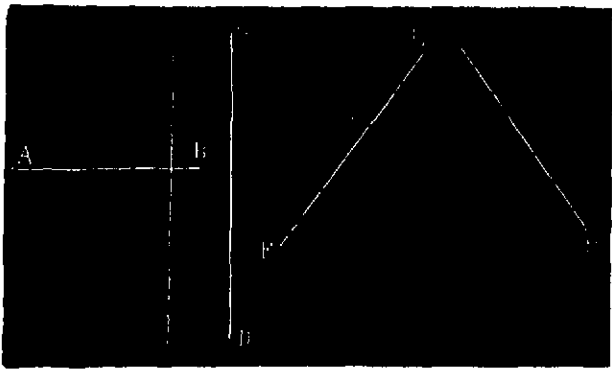


Fig. 1.ª

—Además de la recta y de la curva, ¿existen otras clases de líneas?



Fig. 2.ª

—Algunos admiten como tales la *quebrada* (figura 3.ª), que es una serie de rectas colocadas unas á continuación de las otras, y la línea *mixta* (fig. 4.ª), que es la formada de recta

y curva; pero como fácilmente se comprende, éstas no son distintas de las anteriores, sino nuevas combinaciones de ellas: por consiguiente, podemos decir que no hay más clases de líneas que la recta y la curva.

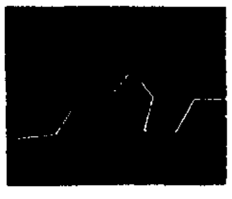


Fig. 3.ª

Fig. 4.ª

—¿Cómo se dividen las rectas, atendiendo á la *posición* que ocupan en el espacio?

—En *horizontales*, *verticales* é *inclinadas*.

—¿Qué es línea *horizontal*?

—La que sigue la dirección del horizonte y va, por consiguiente, de izquierda á derecha, ó de derecha á izquierda sin inclinarse en lo más mínimo (como *A B* de la fig. 1.ª).

—¿Qué es línea *vertical*?

—La que va de arriba abajo sin inclinarse en lo más mínimo á la izquierda ni á la derecha, como las plomadas que usan los albañiles para determinar bien las fachadas de los edificios. (*C D* en la fig. 1.ª).

—¿Qué es línea *inclinada*?

—La que se inclina á un lado ó á otro, desviándose á la vez de las direcciones horizontal y vertical (como las *E F* y *G H* de la figura 1.ª).

—¿Cómo se dividen las rectas atendiendo á las relaciones que guardan con otras?

—En *perpendiculares*, *oblicuas* y *paralelas*. Algunos admiten además las *convergentes* y *divergentes*.

—¿Cuándo se dice que una línea es *perpendicular* á otra?

—Cuando cae sobre ella sin inclinarse á uno ni otro lado respecto de la misma (fig. 5.ª).



Fig. 5.ª

—¿Cuándo se dice que una línea es *oblicua* respecto de otra?

—Cuando cae sobre ella, inclinándose á uno ú otro lado (fig. 6.ª).

—¿Cuáles son las líneas paralelas?

—Las rectas que, estando en el mismo plano y siguiendo la misma dirección, no pueden en-

contrarse nunca, por más que se prolonguen (como *A B* y *C D*, fig. 7.ª).

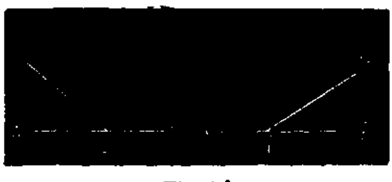


Fig. 6.ª

—¿A qué se llama líneas *convergentes* y *divergentes*?

—A las que están en el caso contrario que las



Fig. 7.ª

paralelas; esto es, que se aproximan una á otra (figura 8.ª). Se las llama *convergentes* por la parte en que tienden á unirse, y *divergentes* por aquella en que se separan. Las líneas representadas en la fig. 8.ª son convergentes hacia *B D*, y divergentes en *A C*.

—¿Cuántas líneas curvas se pueden trazar de un punto á otro?

—Innumerables, y lo mismo sucede con las quebradas y mixtas (fig. 9.ª).

—Cuando de un punto á otro se tiran varias líneas curvas, quebradas ó mixtas, ¿cuál es la más corta?

—La que está contenida bajo las otras; y á



Fig. 8.ª

la inversa, la mayor es la que envuelve á las demás. Conviene advertir que esto es solo verdad cuando sean unas y otras convexas ó salientes.



Fig. 9.ª

—¿Cuántos puntos determinan la posición de una línea recta?

—Dos; y por lo tanto, dos rectas que coinciden en dos de sus puntos, coinciden también en toda su longitud.

—¿Cuántos puntos determinan la posición de una curva?

—Tres; por consiguiente, si una curva coincide con otra en tres puntos, coincide con ella en toda su extensión.

CAPITULO II.

De la circunferencia.—Del círculo, y de las demás rectas que pueden pasar por él.—Propiedades de estas rectas y de los espacios que en el círculo determinan.—Explicación de otras curvas.

—¿A qué se llama *circunferencia*?

—A una curva cerrada y plana cuyos puntos están todos á igual distancia de otro interior, llamado *centro*.

—¿Qué es el *círculo*?

—El espacio plano encerrado dentro de la circunferencia.

—¿Qué es *arco*?

—Una porción cualquiera de la circunferencia. Cuando forma exactamente la mitad, se llama semicircunferencia; cuando la cuarta parte, se llama *cuadrante*; cuando la sexta, *sextante*, etc.

En la fig. 10, *B C* es un arco; *C D* es otro: *B C D* otro, etc.

—¿Cómo se ha convenido en dividir la circunferencia?

—En 360 partes iguales, llamadas grados, cada uno de los cuales se considera dividido en 60 minutos, y éstos á su vez en 60 segundos. Así, pues, la circunferencia tiene 180 grados, el cuadrante 90, el sextante 60, etc.



Fig. 10.

—¿Cómo se indican los grados?

—Colocando un pequeño cero en la parte superior de la derecha del número que los representa.

—¿Cómo se indican los minutos?

—Los minutos se indican por un apóstrofo, y los segundos por dos; de modo que 41 grados, 20 minutos y 30 segundos, se escribe de este modo: 41°, 20′ y 30″.

—¿Cuáles son las líneas más importantes que hay que considerar en el círculo?

—El *diámetro* y el *radio.*

—¿Qué es *diámetro?*

—Toda línea que pasando por el **centro**, divide la circunferencia y el círculo en dos partes, llamadas *semicircunferencia* y *semicirculos*, que son enteramente iguales. Las lineas *A B*, *C D*, *E F* y *G H* de la fig. 11, son diámetro.

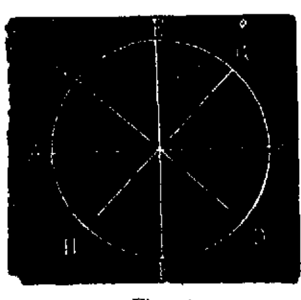


Fig. 11.

—¿Qué es *radio*?

—Toda línea que va del centro del círculo á la circunferencia. El diámetro es doble que el radio. Las líneas *C A*, *C B* y *C D* de la figura 12, son radios.

—¿Qué otras líneas importantes hay que considerar en el círculo?

—La *cuerda*, la *secante* y la *tangente*.

—¿Qué es *cuerda*?

—Toda recta que une dos puntos de la circunferencia (*A B* y *E D* en la fig. 13). La cuerda que pasa por el centro es el diámetro.



Fig. 12.

—¿En cuántas partes divide la cuerda el círculo?

—En dos, que se llaman *segmentos.*

—¿Qué es *secante?*

—La línea que corta á la circunferencia por dos puntos (fig. 14).

—¿A qué se llama *tangente?*

—A la línea que no toca más que en un punto á la circunferencia (fig. 15).

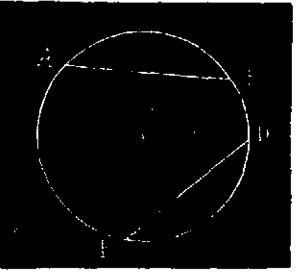


Fig. 13.

—¿Qué hay que tener en cuenta con respecto á las cuerdas?

—Que son tanto mayores cuanto más se acerquen al centro; y viceversa, que cuanto más se alejan del centro, comprenden arcos y segmentos menores.

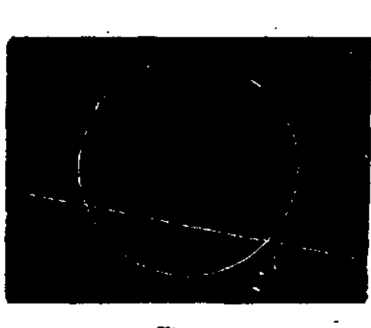


Fig. 14.

—¿Cómo se llama el punto en que la tangente toca á la circunferencia?

—Punto de contacto.

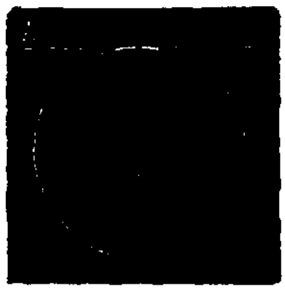


Fig. 15.

—¿Qué hay que observar con respecto á la *tangente*?

—Que es perpendicular al radio trazado desde el punto de contacto.

—¿A qué se da el nombre de *sector*?

—A la porción del círculo comprendida entre dos radios (fig. 16).

—¿Qué hay que observar respecto á las relaciones de unas circunferencias con otras?



Fig. 16.

—Que pueden ser *concéntricas*, *excéntricas*, *secantes* y *tangentes*.

—¿Cuándo son concéntricas dos ó más circunferencias?

—Cuando tienen el mismo centro (fig. 17). La proporción del círculo comprendida entre

la mayor y la menor, se llama *corona* ó anillo.

—¿Cuándo se dice que dos circunferencias son *excéntricas?*



Fig 17.

—Cuando, á pesar de estar comprendida una en la otra, tienen distintos centros (fig. 18).

—¿Qué son circunferencias secantes?

—Las que se cortan en dos puntos (fig. 19).

—¿Y circunferencias tangentes?

—Las que se tocan en un punto solo, que se llama *de contacto* (fig. 20).



Fig 18.

—¿Pueden coincidir dos circunferencias en más de dos puntos sin confundirse?

—No; porque tres puntos que no estén en línea recta determinan la posición de una circunferencia, y por consiguiente aquellos que coin-

cidan en tres puntos, coinciden de igual modo en toda su longitud.

—¿Qué es rectificar una curva?

—Hallar una recta que tenga la misma longitud que aquélla, si pudiera desarrollarse.

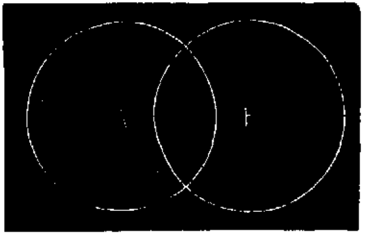


Fig. 19.

—¿Es posible rectificar la circunferencia?

—Con exactitud, no, pero sí con mucha aproximación.

—¿Se conoce su relación con el diámetro?

—Comparando su longitud con la del diámetro, se ha hallado que es más de tres veces mayor que éste (3'1416 aproximadamente), y, por lo tanto, multiplicando la longitud del diámetro por esta cantidad, se obtiene, con escasísima diferencia, la de la circunferencia



Fig. 20.

—¿Qué otras líneas curvas merecen citarse además de la circunferencia?

—La *elipse*, el *óvalo*, el *ovoide*, la *espiral*, la *hipérbola* y la *parábola*.

—¿Qué es la *elipse*?

—Una curva cerrada y prolongada (fig. 21), que tiene la propiedad de que la suma de dos

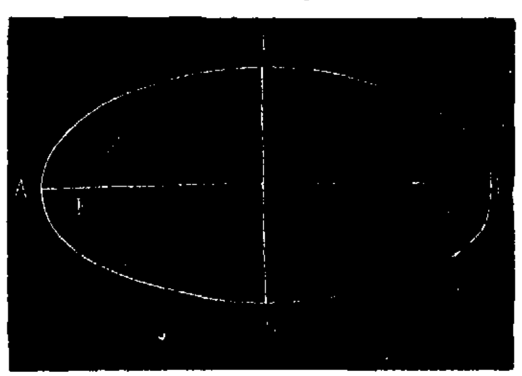


Fig. 21.

rectas tiradas desde cualquiera de sus puntos (*P*), por ejemplo, á otros dos puntos (*F f*) llamados *focos*, es igual.

—¿Cómo se llama la línea que, pasando por los focos, va á terminar en los extremos de la elipse?

—*Eje mayor* (*A B* en la fig. 21), llamándose *eje menor* á la línea (*D E*), perpendicular al eje mayor en un punto (*C*), que recibe el nombre de centro de la elipse.

—¿Cómo se llaman los extremos del eje mayor de la elipse?

—*Vértices* (*A* y *B*).

—¿Cómo se llaman las líneas que, partiendo de cualquiera de los focos de la elipse, van á terminar en la curva?

—Radios vectores.

—¿A qué se da el nombre de diámetro en la elipse?



Fig. 22.

—A cualquiera de las líneas que pasando por el centro terminan por sus dos extremos en la curva. Los diámetros de la elipse son desiguales, siendo el más largo el eje mayor, y el más corto el eje menor.

—¿Qué es *óvalo?*

—Una curva cerrada, que se forma con cuatro arcos de círculo, dos de ellos trazados con un radio mayor que los otros dos (fig. 22).

—Qué es *ovoide?*

—Una curva cerrada, compuesta de cuatro arcos de círculo, dos iguales y los otros dos desiguales. Debe su nombre á la semejanza de su forma con la de un huevo de ave (fig. 23).

—¿A qué se da el nombre de *espiral?*

—A una línea curva abierta en figura de caracol que circula indefinidamente alrededor de un punto dado, ensanchando la distancia á medida que se aleja de él en sus vueltas y sin cerrarse nunca (fig. 24).

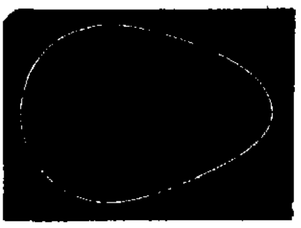


Fig. 23.

—¿Qué es *hipérbola?*

—Una figura curvilínea poco abierta, cuyas ramas se extienden sin cerrarse hasta lo infinito (fig. 25). (Resulta de hacer al cono una sección paralela á la altura.)

—¿Qué es *parábola?*

—Una figura curvilínea más abierta que la hipérbola, y, como ella, formada por dos ramas que se extienden hasta el infinito sin cerrarse.



Fig. 24.



Fig 25.

Como más adelante veremos, se forma dando al cono una sección paralela á cada uno de sus lados. (Fig. 26.)

—¿Qué propiedades distinguen á la hipérbola de la parábola, á más de la distinta abertura de sus ramas?



Fig. 26.

—Que la *hipérbola* tiene la propiedad de que la diferencia entre las distancias de uno de sus puntos á otros dos cualesquiera fijos, es una cantidad constante; mientras en la parábola cualquiera de sus puntos equidista de un punto fijo y de una recta fija.

CAPÍTULO III

DE LOS ÁNGULOS

—¿A qué se da el nombre de *ángulo*?

—A la abertura formada por dos líneas que convergen en un punto (fig. 27).



Fig. 27.

—¿Cómo se llama á las rectas que forman el ángulo?

—*Lados*; y el punto en que se reunen, *vértice*. (En la fig. 27, los vértices de los ángulos están representados por la letra *A*.)

—¿Hay únicamente ángulos formados por líneas rectas?

—No; puede haberlos también compuestos

de curvas, ó de una curva y una recta; pero aquí estudiamos sólo los rectilíneos.

—¿Cómo se determina la mayor ó menor magnitud de los ángulos?

—Siendo el ángulo, no la extensión comprendida entre sus lados, sino la mayor ó menor separación que entre ellos exista, es claro que su magnitud no depende de la longitud de los lados, sino de su abertura. (Así, en la fig. 27 el ángulo en A' es mayor que el en A, y á su vez, menor que el en A''.)

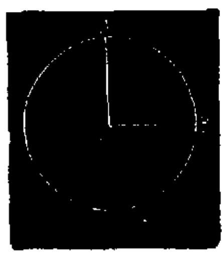


Fig. 28.

—¿Cómo se mide exactamente el valor de un ángulo?

—Considerando á su vértice como centro de un círculo (fig. 28), y á sus lados como dos radios, que comprenden un arco más ó menos grande. Como ya sabemos que la circunferencia se divide en 360 grados, el arco comprendido entre los radios $C\,A$ y $C\,B$ tendrá cierto número de grados, y este número indica exactamente el valor del ángulo.

—¿Qué instrumento se necesita para la exacta medición de los ángulos?

—Un semicírculo graduado (fig. 29), que

suele ser de talco, vidrio ó metal, y que se coloca sobre el ángulo que quiere medirse, de modo que el diámetro coincide con uno de los lados del ángulo, y el centro con el vértice. El otro lado del ángulo marca así el número de grados que comprende.

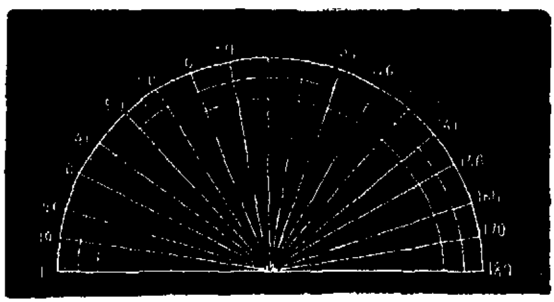


Fig. 29.

—¿Cómo se clasifican los ángulos con arreglo á su valor?

—En *agudos*, *rectos* y *obtusos*



Fig. 30.

—¿Qué es ángulo agudo?

—El que comprende un arco menor de 90

grados ó, lo que es igual, el que no llega á abarcar el cuadrante de la circunferencia (fig. 30).

—¿Qué es ángulo recto?

—El que vale 90 grados ó abarca justamente el cuadrante de la circunferencia (fig. 31). Todos los ángulos rectos son iguales.



Fig. 31.

—¿Qué es ángulo obtuso?

—El que vale más de 90 grados y menos de 180° (porque en esta última cifra las dos ramas forman una sola línea recta). (Fig. 32.)

—¿En qué se diferencia el ángulo recto del agudo y el obtuso, aparte del número de grados?

—En que el ángulo recto se forma por la perpendicular que cae sobre una recta, mientras el ángulo agudo y el obtuso están formados por líneas oblicuas entre sí.



Fig. 32.

—Dos rectas que se cortan, ¿á cuántos ángulos dan origen?

—A cuatro. Si se cortan perpendicularmente, los cuatro ángulos resultan *rectos*, y si oblicuamente, dos son agudos y los otros dos obtusos (fig. 33).

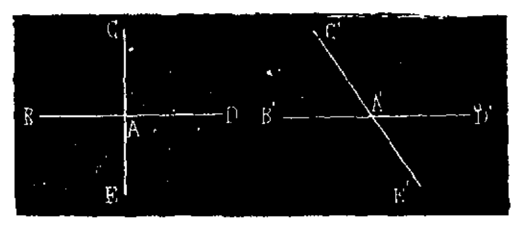


Fig. 33.

—¿Cuándo se dice que dos ángulos son opuestos por el vértice?

—Cuando los lados del uno son prolongaciones de los del otro (como *B A C* y *E A D* y *C A D* y *B A E* en la fig. 33). Los ángulos opuestos por el vértice son iguales.

—¿A qué se da el nombre de *bisectriz?*

—A la recta que divide el ángulo en dos partes iguales (fig. 34).

—¿Cuántos ángulos forma una recta al cortar dos paralelas?

—Ocho: cuatro externos y cuatro internos (figura 35). Se da el nombre de externos á los

que están colocados fuera de las paralelas, y de internos á los que quedan dentro de las mismas.

—¿Qué nombre toman estos ángulos por la

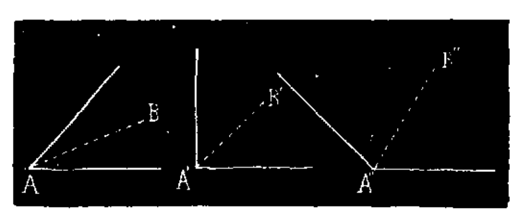


Fig. 34.

posición que ocupan los unos respecto de los otros?

—*Adyacentes, alternos internos, alternos externos*, y *correspondientes.*

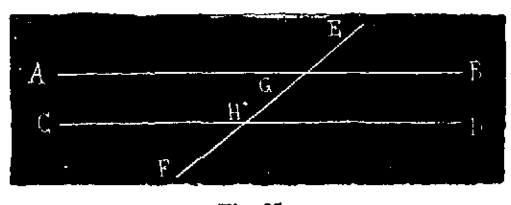


Fig. 35.

—¿Cuándo se llaman *adyacentes?*

—Se llaman *adyacentes* cuando tienen el vértice y un lado común, y los otros dos lados

son prolongación el uno del otro (como *E G A* y *E G B* y *F H C* y *F H D* en la fig. 35).

—¿Cuáles son los *alternos internos?*

—*Alternos internos* son los formados dentro de las paralelas á uno y otro lado de la secante (como *G H C* y *H G B* en la fig. 35).

—¿Cuáles son los *alternos externos?*

—Los formados á uno y otro lado fuera de la secante (como *E G A* y *F H D* en la fig. 35).

—¿Cuáles son los ángulos *correspondientes?*

—Los formados por la secante al cortar cada una de las paralelas en el mismo sentido (como *F H D* y *H G B*, como *C H F* y *A G H*, etc.) Todos estos ángulos son iguales dos á dos.

—¿Qué sucede si, en vez de ser oblicua la línea que corte las paralelas, es perpendicular?

—Que resultan los ocho ángulos todos iguales entre sí.

—¿Qué es *complemento* de un ángulo?

—Lo que le falta ó le sobra para ser recto. Así, un ángulo agudo de 60 grados necesita un complemento de 30 grados, y este mismo complemento le sobra á un ángulo obtuso de 120 grados.

—¿Qué es *suplemento* de un ángulo?

—Lo que le falta para formar 180 grados, ó sea dos ángulos rectos.

—¿Cuándo se dice que dos ángulos son complementarios?

—Cuando unidos forman un ángulo recto.

—¿Y suplementarios?

—Cuando forman juntos dos ángulos rectos. Dos ángulos que tienen igual complemento ó igual suplemento, son iguales.

SEGUNDA PARTE

CAPÍTULO PRIMERO

DE LAS FIGURAS

—¿Qué es *figura* en Geometría?

—El espacio cerrado por líneas rectas ó curvas.

—¿Cómo se llama la línea ó líneas que limitan ó determinan las figuras?

—*Perímetro ó contorno.*

—¿A qué se da el nombre de *área*?

—A la extensión superficial comprendida en el perímetro.

—¿Cómo se clasifican las figuras según las líneas que las forman?

—En rectilíneas, curvilíneas y mixtilíneas. Las primeras son las formadas únicamente por líneas rectas; las segundas las formadas por

curvas, y las terceras las compuestas de líneas rectas y curvas á la vez.

—¿Cuándo se dice que dos figuras son *iguales?*

—Cuando tienen la misma forma ó la misma área ó extensión.

—¿Qué son figuras *semejantes?*

—Las de igual forma y extensión distinta.

—¿Qué son figuras *equivalentes?*

—Las que tienen igual extensión y diferente forma.

—¿Cuántas líneas se necesitan para formar una figura rectilínea?

—Tres, por lo menos.

—¿Qué nombre se da á las figuras rectilíneas en general?

—El de *polígonos*, que se aplica especialmente á las que tienen más de cuatro lados.

CAPÍTULO II

TRIÁNGULOS

—¿Qué es *triángulo?*

—Toda figura formada por tres rectas, que reciben el nombre de lados (fig. 36).



Fig. 36.

—Atendida la dimensión relativa de sus lados, ¿cómo puede ser el triángulo?

—*Equilátero*, *isósceles* y *escaleno*.

—¿Qué es triángulo *equilátero?*

—El que tiene sus tres lados iguales (fig. 37).

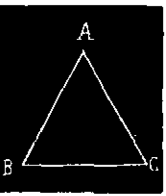


Fig. 37.

—¿Qué es triángulo *isósceles?*

—El que tiene iguales dos de sus lados (fig. 38).

—¿Y triángulo *escaleno?*

—El que tiene desiguales sus tres lados (fig. 39).

—¿Cuántos ángulos tiene un triángulo?

—Tres, como lo indica su mismo nombre.

—¿Cómo se clasifican los triángulos con arreglo al valor de sus ángulos?

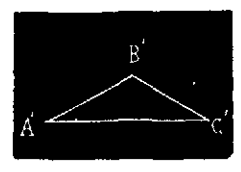


Fig. 38.

—En *acutángulos*, *rectángulos* y *obtusángulos*. Los primeros están compuestos de ángulos agudos; los segundos, de un ángulo recto y dos agudos, y los terceros, de un ángulo obtuso y dos agudos. (Figuras 40, 41 y 42.)

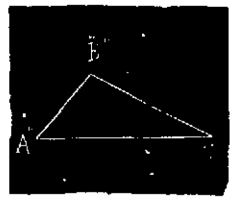


Fig. 39.

—¿Cuánto valen sumados los tres ángulos de un triángulo?

—Dos ángulos rectos, ó sea 180 grados.

—¿Puede ser en algún caso mayor un lado de un triángulo que los otros dos juntos?

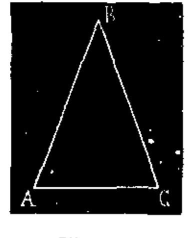


Fig. 40.

—No, porque ya queda dicho que el camino más corto entre dos puntos es la línea recta, y dos lados cualesquiera de un triángulo forman una línea quebrada que termina en los extremos de la recta, y es, por consiguiente, más larga que ella.

—¿Qué nombre se da á los lados del triángulo rectángulo? (Fig. 43.)

—El lado mayor (*A B*) se llama *hipotenusa*, y los lados restantes (*A C* y *C B*) reciben el nombre de *catetos*.

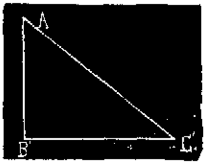


Fig. 41.

—¿A qué se llama *base* de un triángulo?

—Al lado sobre que descansa. En el isósceles se acostumbra á tomar por base el lado desigual.

—¿Qué es *altura* de un triángulo?

—La perpendicular bajada á la base desde el vértice del lado opuesto. Cuando la forma

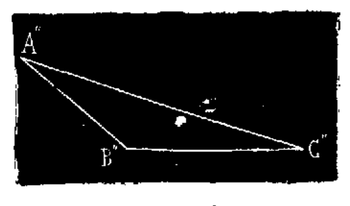


Fig. 42.

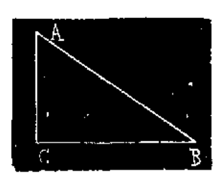


Fig. 43.

del triángulo imposibilita esta operación, se prolonga la base todo lo necesario (fig. 41).

—En el triángulo rectángulo, ¿qué lado suele elegirse por base?

—Uno de los dos catetos; porque de este

modo, como son perpendiculares, el otro representa la altura.

—¿Cómo puede hallarse el valor del área ó superficie de un triángulo?

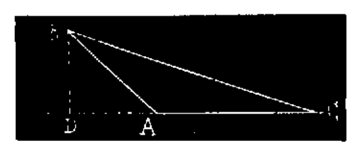


Fig. 44.

—Multiplicando su base por la mitad de su altura; ó á la inversa, su altura por la mitad de su base.

CAPITULO III

CUADRILÁTEROS

—¿Qué es *cuadrilátero?*

—Toda figura terminada por cuatro rectas (figura 45).

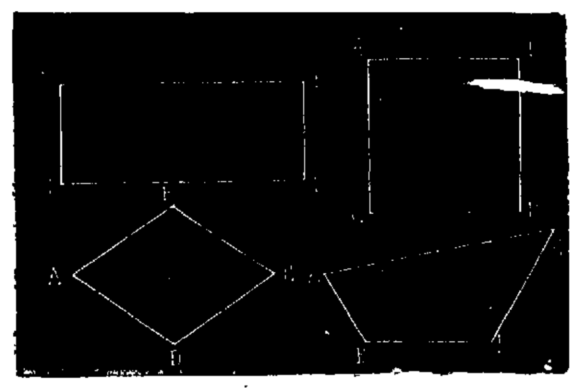


Fig. 45.

—¿En qué se funda la división de los cuadriláteros?

—En el paralelismo ó falta de paralelismo de la rectas que los forman.

—¿Cómo se dividen los cuadriláteros por este concepto?

—En *paralelogramos*, *trapecios* y *trapezoides*.

—¿Qué es paralelogramo?

—El cuadrilátero que tiene sus lados paralelos dos á dos (fig. 46).

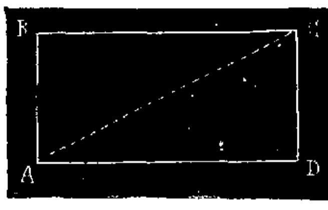


Fig. 46.

—¿Qué es *trapecio*?

—El cuadrilátero que no tiene más que dos lados paralelos (fig. 47).

—¿Qué es *trapezoide*?

—El cuadrilátero que no tiene ningún lado paralelo á otro (fig. 48).

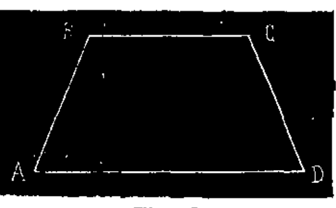


Fig. 47.

—¿Cuántas clases hay de paralelogramos?

—Cuatro, á saber: *cuadrados*, *cuadrilongos*, *rombos* y *romboides*.

—¿Qué es *cuadrado*?

—El paralelogramo que tiene iguales sus

cuatro lados y sus cuatro ángulos (fig. 49) Las líneas (*A D* y *B D*) que van de vértice á vértice, se llaman *diagonales*.

—¿Qué es *cuadrilongo*?

—El paralelogramo que tiene rectos sus

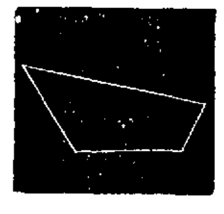


Fig. 48.

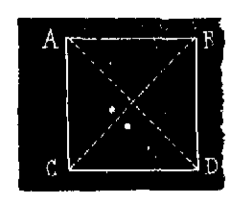


Fig. 49.

cuatro ángulos, y desiguales los dos lados de cada uno de éstos (fig. 50). Algunos dan al cuadrilongo el nombre de *rectángulo*; pero con marcada impropiedad, porque el cuadrado es un rectángulo también.

—¿Qué es *rombo*?

—El paralelogramo que tiene iguales sus lados y desiguales sus ángulos contiguos (fig. 51).

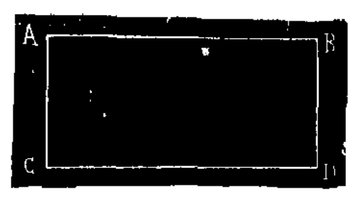


Fig. 50.

—¿Qué es *romboide*? El paralelogramo que

tiene desiguales sus lados, dos á dos, y desiguales sus ángulos contiguos (fig. 52).

—¿Cómo se demuestra que un cuadrilátero vale cuatro ángulos rectos?

—Trazando en él una diagonal (*A B*) (figura 53), que le divide en dos triángulos de su misma base y altura. Como el triángulo vale dos ángulos rectos, el cuadrilátero ha de valer cuatro.



Fig. 51. Fig. 52.

—¿Cuál es la base de un cuadrilátero?

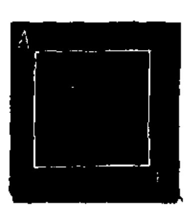


Fig. 53.

—Uno cualquiera de sus lados; y la altura es una línea perpendicular á la base, trazada hasta que llegue al lado opuesto. En el cuadrado la altura es cualquiera de los lados, y lo mismo sucede en el cuadrilongo, con tal de que se tome como base la recta que forma ángulo con ella.

—¿Cómo se determina la altura en los rombos y romboides?

—Trazando en la base una perpendicular que llegue hasta el lado opuesto ó su prolongación, lo mismo que dijimos al tratar de los triángulos (fig. 54).

—¿Cómo se averigua el área de un cuadrado?

—Llevando á la segunda potencia la longitud de uno de sus lados.

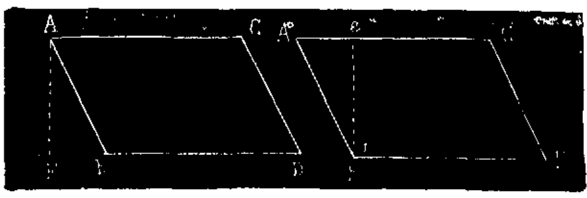


Fig. 54.

—¿Cómo se determina el área de un cuadrilongo?

—Multiplicando la longitud de la recta que sirve de base por la que representa la altura (*C D* + *A C* en la fig. 50).

—¿Y el área de un rombo ó un romboide?

—Multiplicando su base por su altura (*B D* por *A E*, ó *C D* por *E F*, en la fig. 54).

—¿Cómo se obtiene el área de un trapecio?

—Multiplicando su altura por la mitad de la suma de sus lados paralelos.

—¿Cómo se determina el área de un trapezoide?

—Dividiéndole en triángulos por medio de una ó más diagonales; y hallando el área de cada uno de los triángulos, la suma de ellas dará la del trapezoide (fig. 55).

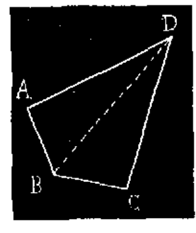


Fig. 55.

—Este procedimiento, ¿es sólo aplicable á los trapezoides?

—Puede aplicarse también á todos los polígonos irregulares, cualquiera que sea el número de sus lados.

CAPÍTULO V

POLÍGONOS

—¿Qué es *polígono?*

—Según dejamos ya indicado, se da este nombre en general á toda figura terminada por rectas, y, por lo tanto, los triángulos y cuadriláteros son polígonos; pero especialmente

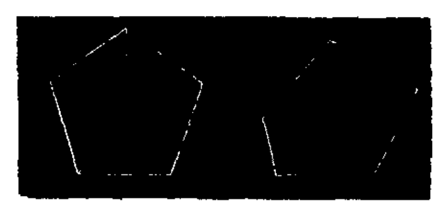


Fig. 56.

se da este nombre á las superficies limitadas por más de cuatro rectas ó lados.

—¿Qué nombres especiales se da á los polígonos según el número de sus lados?

—El de *triángulo*, cuando tiene tres lados; *cuadrilátero*, cuando tiene cuatro; *pentágono*, si cinco (56); *hexágono*, si seis (57); *heptágono*,

si siete (58); *octógono*, si ocho (59); *eneágono*, si



Fig 57.

nueve (60); *decágono*, si diez (61); *endecágono*, si once, y *dodecágono* si doce.

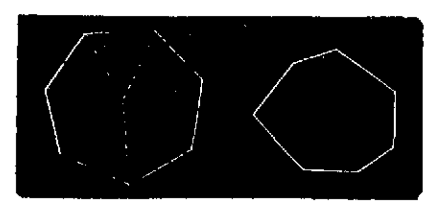


Fig. 58.

—Y cuando tienen más de doce lados, ¿qué nombre se les da?



Fig. 59.

—Se indica sencillamente el número de sus caras, y así, por ejemplo, se dice polígono de



Fig. 60.

catorce, *veinte*, *treinta*, *cuarenta* y *cinco*, etc. lados.

—¿Cómo se dividen los polígonos atendiendo á la igualdad de sus lados?

—En regulares é irregulares. Los regulares



Fig. 61.

tienen sus lados y ángulos iguales, y los irregulares tienen todos ó varios de sus lados y ángulos diferentes. (Figuras 55 á la 61.)

—¿Qué otra división puede hacerse de los polígonos?

—La de convexos y cóncavos. Se llama con-



Fig. 62.

vexos á todos aquellos que no pueden ser cortados por una recta en más de dos puntos, y



Fig. 63.

cóncavos á los que pueden ser cortados en más de dos puntos. (Figuras 62 y 63.)

—¿A qué se llama *centro* en los polígonos regulares?

—Al punto interior que está situado á igual distancia de todos los vértices.

—¿Qué son radios en el polígono regular?

—Las rectas que van desde el centro á los vértices de los ángulos. (Fig. 65.)



Fig. 64.

—¿Cómo se llaman las rectas que van perpendicularmente desde el centro á los lados del polígono regular?

—*Apotemas*. (Fig. 64.)

—¿Cómo dividen los radios á los polígonos regulares?

—En tantos triángulos iguales como lados tiene el polígono (fig. 65).



Fig. 65.

—Y los apotemas, ¿como las dividen?

—En tantos trapezoides iguales como lados tiene el polígono (fig. 64).

—¿Cuántos ángulos rectos tiene un polígono?

—Tantas veces dos rectos como lados tiene, menos dos.

—¿Por qué?

—Porque cuando se trazan en el polígono diagonales que vayan de un vértice á los de-

más vértices, queda dividido en tantos triángulos como lados tiene, menos dos (fig. 66).

—¿Cómo se determina el área de un polígono regular?

—Multiplicando el primero, esto es, la suma



Fig. 66.

de las longitudes de los lados por la mitad de la longitud del apotema.

—¿Cómo se obtiene el área de un polígono irregular?

—Dividiéndole en triángulos, determinando las áreas de éstos, y sumándolas.



Fig. 67.

—¿Qué son polígonos concéntricos?

—Los que tienen el mismo centro (fig. 67)

—¿Cuándo se dice que un polígono está *inscrito* en un círculo?

—Cuando todos sus vértices tocan á la circunferencia (fig. 68).

—¿Cuándo se dice que un polígono está *circunscrito* á un círculo?





Fig. 68

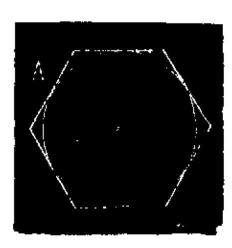


Fig. 69.

—Cuando todos sus lados son tangentes á la circunferencia (fig. 69).

—¿Qué particularidad ofrecen los lados del hexágono regular inscrito?

—Que tiene la misma longitud que el radio del círculo.

—¿Cómo puede considerarse la circunferencia en sus relaciones con los polígonos?

—Como un polígono de infinito número de lados.

CAPÍTULO VI

PLANOS Y ÁNGULOS DIEDROS

—¿Qué figuras hemos estudiado hasta aquí?

—Las formadas por líneas.

—¿Qué figuras vamos á considerar ahora?

—Las formadas por superficies, ó sea aquéllas cuyos lados ofrecen dos dimensiones: la longitud y la anchura.

—¿Cómo pueden ser las superficies?

—Planas y curvas. Algunos admiten tam-



Fig. 70.

bién las quebradas y mixtas, á las que puede aplicarse lo que al tratar de las curvas dijimos.

—¿Qué es plano ó superficie plana?

—Aquella sobre la que puede ajustarse una recta en todos sentidos (fig. 70). Como una mesa, el vidrio de un balcón, una pared, etc.

—¿Qué es superficie curva?

—Aquella sobre la cual no puede tocar una

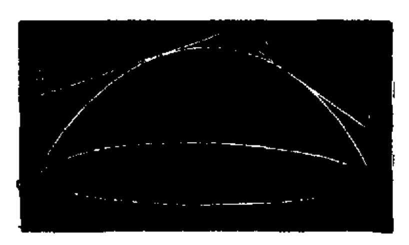


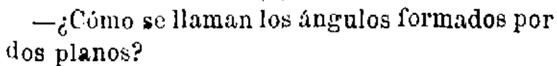
Fig. 71.

recta más que en un punto (fig. 71). Suponiendo hueca una superficie curva, diremos que es convexa por el lado saliente, y cóncava por aquél en que se hunde. (Un cazo, una cuchara, etc., son ejemplos de superficies curvas, cóncavas por un lado y convexas por otro.)

—¿Pueden formar ángulo dos planos?

—Lo forman siempre que se cortan ó concurren en una línea (fig. 72).

Fig. 72.



—¿Cómo se llaman los ángulos formados por dos planos?

—Ángulos diedros (figuras 72 y 73), que del mismo modo que los determinados por líneas, pueden ser agudos, rectos y obtusos.



Fig. 73.

—¿Cómo se llama la línea en que coinciden dos planos?

—Arista.

TERCERA PARTE

CAPÍTULO PRIMERO

CUERPOS

—¿Qué es cuerpo ó volumen geométrico?

—La extensión considerada en sus tres di-



Fig. 74.

mensiones de longitud, anchura y profundidad ó grueso (fig. 74).

—¿A qué se da el nombre de poliedro?

—A todo cuerpo sólido terminado por **caras** ó superficies planas (figura 74).



Fig. 75.

—¿Qué nombres toman los poliedros con respecto al número de sus lados?

—El de *tetraedro* si tiene cuatro; *pentaedro* si cinco; *hexaedro* si seis, *octaedro* si ocho; *decaedro* si diez, etc. (La fig. 74 representa dos hexaedros).

—¿Qué nombre reciben los límites de las **caras** de un poliedro?

—El de *aristas*, porque no son más que las



Fig. 76.

líneas en que se cruzan los planos. Cuando en un mismo punto concurren más de dos planos, el ángulo se llama ángulo *poliedro*.

—¿Cómo se llaman los extremos de las aristas del poliedro?

—*Vértices.*

—¿Cuántas superficies se necesitan al menos para limitar un cuerpo?

—Cuatro; y, por consiguiente, el tetraedro

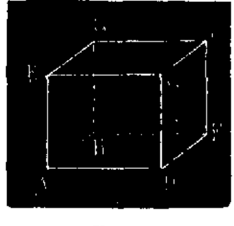


Fig. 77.



Fig 78.

es el poliedro que tiene menor número de lados.

—¿A qué se llama base de un poliedro?

—A la cara sobre que descansa.

—¿Cuál es la altura del poliedro?

—La perpendicular bajada á la base ó á su prolongación desde la cara ó vértice opuesto.

CAPITULO II

DEL PRISMA

—¿Qué clases de poliedros se consideran principalmente en Geometría?

—El *prisma*, la *pirámide* y los *poliedros regulares*.

—¿A qué se llama *prisma?*

—A todo poliedro que tenga por bases dos



Fig. 79.

polígonos iguales y por lados cierto número de caras paralelogramas (fig. 79).

—¿Cómo se dividen los prismas?

—En rectos y oblicuos si se atiende á la dirección de sus aristas; y en triangulares, cua-

drangulares, pentagonales, hexagonales, etc., atendiendo al número de sus lados ó caras.

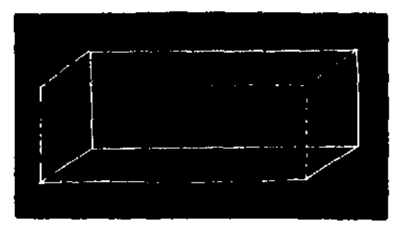


Fig. 80.

—¿Cómo se clasifican los prismas cuadrangulares?

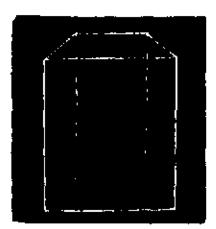


Fig. 81.

—En *paralelepípedos*, *trapeciales* y *trapezoidales*, según sus bases sean paralelogramos, trapecios ó trapezoides (figuras 80, 81 y 82).

—¿Cuántas clases hay de paralelepípedos?

—Cinco, á saber: *cubo*, que es el prisma formado por cuadrados; *paralelepípedo rectangular*, que es el que tiene las bases cuadradas y los lados cuadrilongos; *paralelepípedos rombal y romboidal*, que son los que tienen por base



Fig. 82.

un rombo ó un romboide, y *romboedro*, que es aquel cuyos lados son rombos iguales (figuras 83 á la 87).

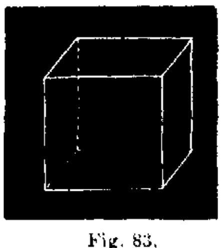


Fig. 83.

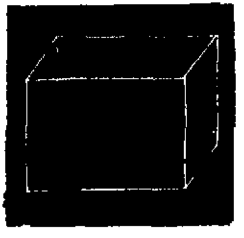


Fig. 84.

—¿Qué es prisma recto?

—Aquel cuyas aristas son perpendiculares á las bases (figura 88).

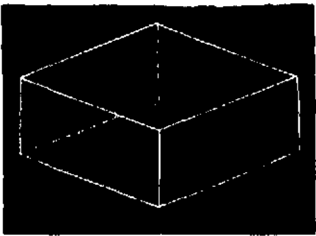


Fig. 85.

—¿Qué es prisma oblicuo?

—Aquel en que las aristas son oblicuas á las bases (fig. 89).

—¿Cómo se determina el *área lateral* de un prisma recto?

—Multiplicando el perímetro de la base por la longitud de una de las aristas.

—¿Cómo se obtiene el volumen de un prisma?

—Multiplicando el área de su base por la altura. El producto obtenido representa medi-

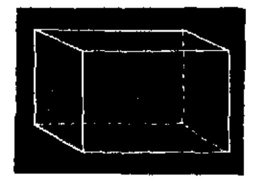


Fig. 86.

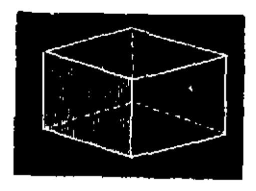


Fig. 87

das cúbicas, cada una de las cuales es igual á la tercera potencia de la medida inferior inmediata. Así, un metro cúbico tiene 1.000 decímetros cúbicos, 1.000.000 de centímetros cúbicos, etc.

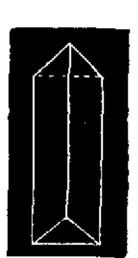


Fig. 88.

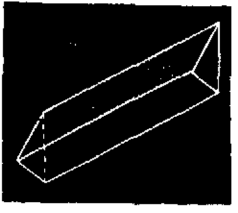


Fig. 89.

CAPÍTULO III

DE LA PIRÁMIDE

—¿Qué es *pirámide*?

—Todo poliedro que tiene por base un polígono cualquiera, y por caras tantos triángulos como lados tiene la base. Esos triángulos se reunen en un vértice común, á que se da el nombre de *cúspide* (fig. 90).

—¿A qué se llama *eje* de la pirámide?

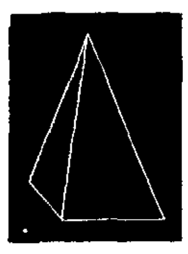


Fig. 90.

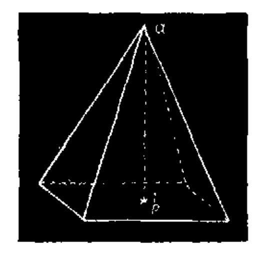


Fig. 91.

A la recta bajada desde la cúspide al centro de la base. El eje es la altura en las pirámides rectas (fig. 91).

—¿Cómo se llaman las pirámides, con arreglo al número de lados de que constan?

—*Triangulares, cuadrangulares, pentagonales, hexagonales*, etc., según su base sea un

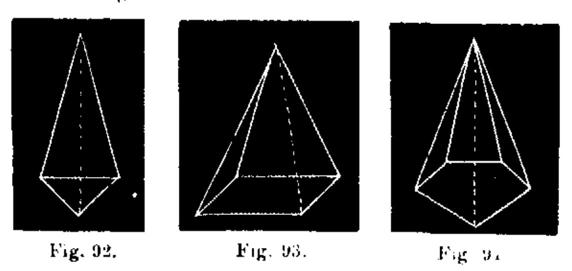
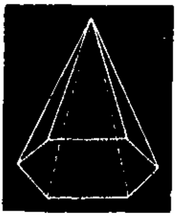


Fig. 92. Fig. 93. Fig. 94.

triángulo, un cuadrilátero, un pentágono, un hexágono, etc. (Figuras 92 á 95.)

—¿Qué son pirámides regulares?

—Las que tienen por base un polígono re-



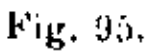


Fig. 95.

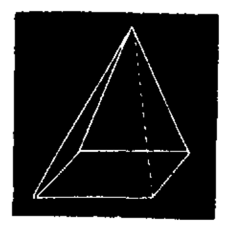


Fig. 96.

gular, llamándose irregulares las que están en el caso contrario (primer caso, fig. 96; segundo caso, fig. 97).

—¿Cuándo se dice que una pirámide está *truncada?*

—Cuando le falta una porción que comprenda el vértice (fig. 98). El resto se llama *tronco de pirámide.*

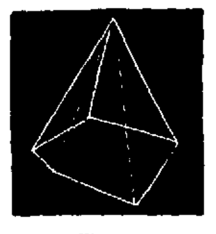


Fig. 97.



Fig. 98.

—¿Cómo se obtiene el área superficial de una pirámide regular?

—Multiplicando el área de la base por la mitad de la altura de uno de los triángulos, y añadiendo al producto el área de la base.

—¿Cómo se halla el volumen de una pirámide?

—Multiplicando el área de su base por el tercio de su altura.

CAPÍTULO IV

POLIEDROS REGULARES

—¿Cuántos poliedros regulares hay?

—Solamente cinco.

—¿Cuáles son?

—El *tetraedro*, *hexaedro*, *octaedro*, *dodecaedro* é *icosaedro* (figuras 99 á 103).

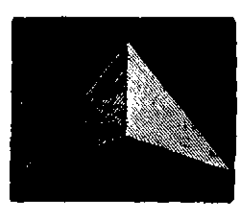


Fig. 99.

—¿Qué es el *tetraedro*?

—Un poliedro regular formado por cuatro caras, que son triángulos equiláteros (fig. 99).

—¿Qué es el *hexaedro*?

—Un poliedro regular formado por seis caras cuadradas, perfectamente iguales (fig. 100). Se llama también *cubo*.

—¿Qué es el *octaedro*?

—Un poliedro regular formado por ocho caras, que son triángulos equiláteros (fig. 101).

—¿Qué es el *dodecaedro?*

—Un poliedro regular formado por doce caras, que son pentágonos regulares (fig. 102).

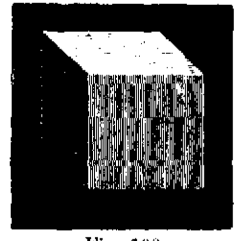


Fig. 100.

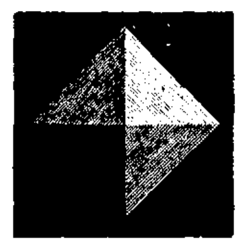


Fig. 101.

—¿Qué es *icosaedro?*

—Un poliedro regular formado por veinte caras, que son triángulos equiláteros (fig. 103).

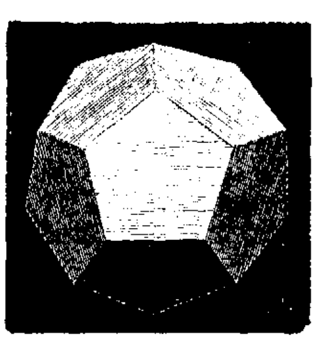


Fig. 102.

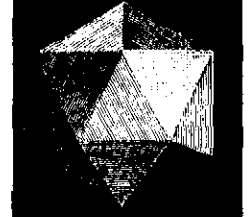


Fig 103.

—¿Cómo se determina la superficie de los poliedros regulares?

—Hallando la de una de las caras y multiplicándola por el número de éstas.

—¿Cómo se obtiene el volumen de los poliedros regulares?

—Multiplicando un área superficial por el tercio de su apotema.

CAPÍTULO V

FIGURAS DE REVOLUCIÓN Ó CUERPOS REDONDOS

—¿Qué son figuras de revolución?

—Las que se supone engendradas por el movimiento giratorio de algunas figuras planas sobre uno de sus lados.

—¿Por qué se llaman estas figuras cuerpos redondos?

—Porque no presentan ángulos ó esquinas en su superficie.

—¿Cuáles son las principales figuras de revolución?

—Tres: el *cilindro*, el *cono* y la *esfera*. (Figuras 104 á la 106.)

—¿Qué es cilindro?

—Un cuerpo cuyas bases son círculos iguales y paralelos, y cuya superficie lateral es curvo convexa (fig. 104).

¿De qué se origina el cilindro?

—Del movimiento de un rectángulo que gira sobre uno de sus lados (fig. 105).

—¿Qué es *eje* de un cilindro?

—La recta que une los centros de las dos bases, ó sea el lado sobre el que se supone ha girado el rectángulo para formar el cilindro.

—¿Cómo se dividen los cilindros?

—En rectos y oblicuos. En los primeros el eje es perpendicular á las bases, y oblicuo en los segundos (figuras 106 y 107).

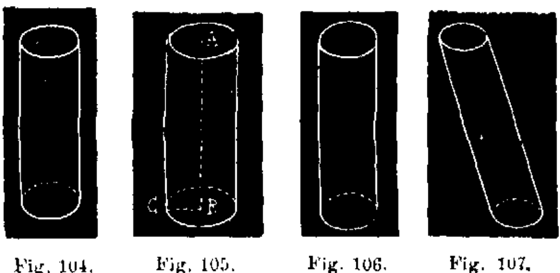


Fig. 104. Fig. 105. Fig. 106. Fig. 107.

—¿Cómo se halla el área de un cilindro?

—Multiplicando la circunferencia de una de sus bases por su altura, y agregando las de los círculos.

—¿Cómo se obtiene el volumen del cilindro?

—Multiplicando el área de una de las bases por la altura.

—¿Cómo puede considerarse el cilindro?

—Como un prisma de infinito número de lados.

—¿Por qué?

—Porque ya queda dicho anteriormente que la circunferencia es un polígono de infinito número de lados, y las bases del cilindro son dos circunferencias.

—¿Qué figura resulta de la sección oblicua del cilindro?

—Una elipse más ó menos prolongada.

CONO

—¿Qué se denomina cono?

—Un cuerpo basado en un círculo de superficie lateral curva convexa, que remata en un punto llamado vértice (*A*) (fig. 108).

—¿Qué se entiende por eje de un cono?

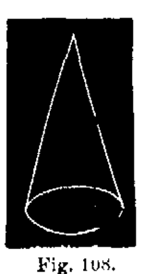


Fig. 108.

—La recta que, elevándose desde el centro de la base, une á ésta con la cúspide ó vértice (*A B*) (figura 109).

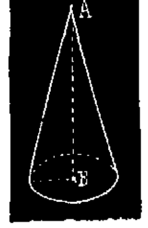


Fig. 109.

—¿Cuándo es *recto* un cono?

—Siempre que su eje sea perpendicular á la base, la altura del cono recto es la de su eje (*A*) (fig. 109).

—¿Cuándo es *oblicuo* el cono?

—Cuando el eje no es perpendicular á la base (*A*) (fig. 110).

—¿A qué se llama *cono truncado?*

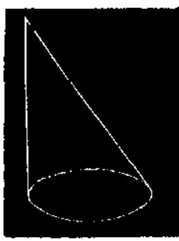


Fig. 110.

—A la porción de cono (*a b c d*) á la cual le falta la parte que contiene el vértice, llamada *cono deficiente* (figura 111).

—¿Qué figuras resultan de las secciones oblícuas del cono, que no llegan á cortar la base?

—Óvalos más ó menos perfectos.

—¿Cómo se supone originado el cono?

—Por la revolución de un triángulo rectángulo que gira en torno de uno de sus catetos, ó por la de una línea inclinada que gira en derredor del punto en que se cruza con otra vertical.

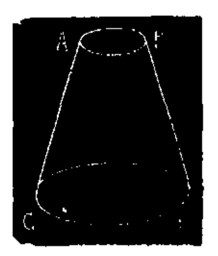


Fig. 111.

—¿Cómo se determina el área superficial de un cono?

—Multiplicando la circunferencia de su base por la mitad de la distancia que hay del vértice á dicha circunferencia, y agregando el área del círculo que forma la base.

—¿Cómo se determina el volumen del cono?

—Multiplicando el área de su base por el tercio de su altura.

—¿A qué puede compararse el cono?

—A una pirámide de infinito número de lados.

ESFERA

—¿Qué se entiende por esfera?

—Un cuerpo exteriorizado por una superficie curva convexa, que tiene todos los puntos de ésta equidistantes de uno, supuesto en su interior, llamado *centro* (*A*) (fig. 112).

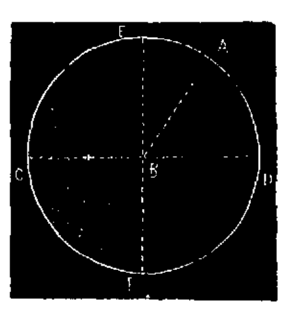


Fig 112.

—¿Qué es radio de la esfera?

—Toda recta que consideramos partiendo del centro y terminando en algún punto de la superficie esférica (*A B*) (fig. 112).

—¿A qué se llama *diámetro* de la esfera?

—A toda recta que pasa por el centro y termina sus extremos en la superficie esférica (*C D*) (fig. 112).

—¿A qué se denomina *eje* y *polos* de la esfera?

—Se llama *eje* aquel diámetro sobre el cual consideramos que gira la esfera (*E F*) (figura 112).

—¿Cómo se supone engendrada la esfera?

—Por la revolución de un semicírculo que gira alrededor de su diámetro (fig. 113).

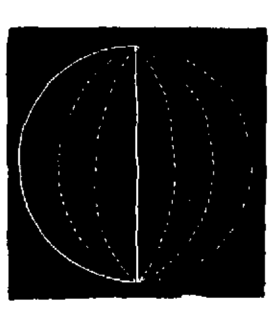


Fig. 113.

—¿Qué figura resulta cuando se da una sección plana en la esfera?

—Un círculo, que se llama máximo cuando su centro es el de la esfera, y mínimo en el caso contrario.

—¿Qué es ecuador en la esfera?

—El círculo máximo que la divide en dos hemisferios.

—¿Qué es zona esférica?

—La porción de superficie de la esfera comprendida entre dos cortes paralelos de la misma (fig. 114).

—¿Qué es meridiano?

—Cada uno de los círculos máximos que pasan por los polos (fig. 114).

—¿Cómo se determina el área superficial de la esfera?

—Multiplicando la circunferencia de uno de sus círculos máximos por el diámetro.

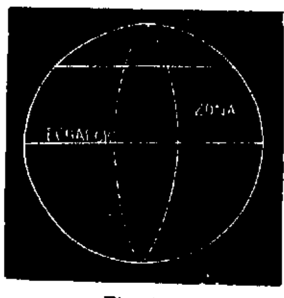


Fig. 114.

—¿Cómo se determina el volumen de la esfera?

—Multiplicando su área superficial por el tercio del radio.

—¿A qué puede compararse la esfera?

—A un poliedro regular de infinito número de lados ó caras.


CALLEJA·MADRID
TODO POR LA
ILUSTRACION